Naturaleza y TECNOLOGÍA
Número Especial "Verano de la Investigación DCNE 2026"
ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato

SIMULACIÓN COMPUTACIONAL EN MODELOS SIMPLIFICADOS DE FLUIDOS CONFINADOS CON BURBUJAS FINAS

Fernando Mejía Ramírez, Jared Emiliano Zavala Zumaya, Víctor Iván Zamora Franco, Juan José Ríos Rojas, Julián Cabrera Ruiz *

Departamento de Ingeniería Química, División de Ciencias Naturales y Exactas, Universidad de Guanajuato, Noria Alta s/n, Guanajuato 36050. j.cabreraruiz@ugto.mx

Resumen

Las burbujas finas tienen aplicaciones útiles en diversos campos industriales (flotación, arrastre, oxigenación, etc.), lo que ha llevado a la investigación de éstas a nivel experimental. Es bien sabido que los costos experimentales son elevados por lo que suele preferirse el uso de simuladores. Sin embargo, debido a la alta velocidad a la que se desarrollan los fenómenos característicos y a las diferentes propiedades dependientes del diámetro de las burbujas, los costos computacionales se elevan. Así, este trabajo desarrolló simulaciones de burbujas finas buscando que se apeguen a los comportamientos experimentales observados. Se usó COMSOL® Multiphysics a través de métodos como *Level Set* (para el seguimiento de la interfase entre fluidos inmiscibles) y *Fluid Flow* (ecuaciones de Navier Stokes). Se analizó el comportamiento de ascenso, deformación, coalescencia y ruptura en sistemas de agua-aire. Partiendo del modelo de referencia *Rising Bubble* (burbuja 3D de 4 mm), se transicionó hacia geometrías bidimensionales personalizadas, sin emplear restricciones axiales y se evaluó la colocación asimétrica de múltiples burbujas (hasta 5 burbujas), reduciendo el diámetro hasta 0.05 mm (50 µm). Se observó que el tamaño de la microburbuja incrementaba la flotabilidad y la estabilización de la interfase. Se registraron los tiempos de coalescencia secuencial y se evaluó el impacto de la carga eléctrica superficial (potencial zeta), la cual genera repulsión e inhibe la fusión entre microburbujas. Finalmente, la simulación de las microburbujas incrementa el tiempo de cómputo hasta en un 2,160% con respecto al modelado de macroburbujas.

Palabras clave: CFD; flujo de fluidos; modelado dinámico; microburbujas; potencial zeta.

Naturaleza y TECNOLOGÍA

Número Especial "Verano de la Investigación DCNE 2026"
ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato

COMPUTATIONAL SIMULATION OF SIMPLIFIED MODELS OF CONFINED FLUIDS WITH FINE BUBBLES

Abstract

Fine bubbles have valuable applications across diverse industrial fields (flotation, entrainment, oxygenation, etc.), which has driven extensive experimental research. It is well known that experimental costs are high, making the use of simulators the preferred alternative. However, due to the high speed at which characteristic phenomena occur and the various diameter-dependent bubble properties, computational costs escalate significantly. This study developed fine bubble simulations aimed at closely matching observed experimental behaviors using COMSOL Multiphysics® via methods such as Level Set (for interface tracking between immiscible fluids) and Fluid Flow (Navier–Stokes equations). Ascent, deformation, coalescence, and breakup behaviors were analyzed in water–air systems. Starting from the benchmark "Rising Bubble" model (a 4 mm 3D bubble), the study transitioned toward custom two-dimensional geometries without axial constraints to evaluate the asymmetric placement of multiple bubbles (up to five bubbles), reducing diameters down to 0.05 mm (50 µm). It was observed that microbubble size enhanced buoyancy effects and interface stabilization. Sequential coalescence times were recorded, and the impact of surface electrical charge (zeta potential) which induces repulsion and inhibits microbubble fusion was evaluated. Finally, simulating microbubbles increased computational time by up to 2,160% compared to macrobubble modeling.

Keywords: CFD; fluid flow; dynamic modeling; microbubbles; zeta potential.

ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato

1. Introducción

Las burbujas se pueden clasificar en tres categorías acorde a su escala de magnitud: macroburbujas (D > 100 µm), microburbujas (10 µm < D < 100 µm) y nanoburbujas (D < 0.2 µm) respectivamente (Basso y col., 2019). En la Figura 1 se puede observar una relación de proporcionalidad entre las dimensiones macro, micro y nano. Para ejemplificar la diferencia de escalas entre una macro, micro y nanoburbuja, el tamaño del rascacielos más alto del mundo representa la escala macro, una burbuja micro tendría una escala equivalente al tamaño de un niño y la nano al espesor de uno de sus cabellos.

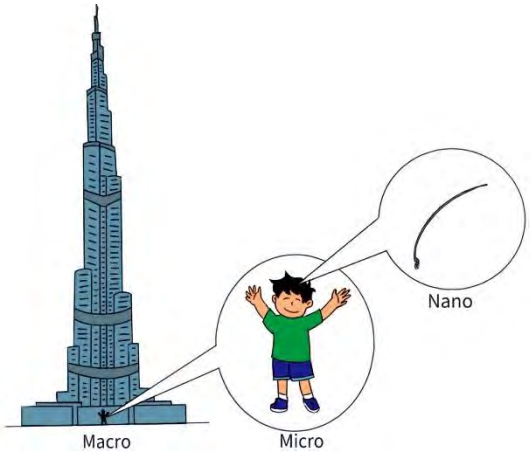


Figura 1. Diagrama comparativo de escalas de magnitud: Macro, Micro, Nano.

Las microburbujas son burbujas llenas de aire con múltiples propiedades tales como un mayor potencial zeta, menor velocidad de ascenso, mayor flotabilidad (mayor tiempo de retención de líquido), y muchas otras en comparación a las macroburbujas (Park y col., 2024); esto les ha llevado a tomar relevancia en un amplio campo de aplicaciones como los procesos de separación en la industria de la metalurgia (Han y col., 2022), tratamiento de agua (Lee y col., 2020), interacción con ondas ultrasónicas (Sajjadi y col., 2015). Otras aplicaciones se han llevado de manera práctica a nivel industrial, tales como la flotación por espuma gracias a las diferencias de hidrofobicidad de las partículas. La computación de dinámica de fluidos (CFD) se ha desarrollado de modo que permite la simulación del diseño, predicción de movimiento y análisis de optimización del comportamiento de fluidos que sirven como referencia para operaciones industriales, ayudando a reducir costos y tiempo en los desarrollos experimentales.

2. Antecedentes

La CFD es una herramienta de modelado que ha ayudado al desarrollo y entendimiento de la dinámica de fluidos durante años (Han y col., 2022), incluida la microfluídica; esto ha permitido un control riguroso sobre la mecánica de fluidos a pequeña escala entendiendo de mejor manera cómo es que responden fases gaseosas al dispersarse en líquidos (Khan y col., 2025). Asimismo, se han presentado dificultades que han limitado las simulaciones debido de la complejidad matemática que representan las ecuaciones de los fenómenos de transporte, así como la exigencia computacional que se requiere para su desarrollo.

El comportamiento dinámico de la fase gaseosa está fuertemente determinado por el diámetro de la burbuja. En el régimen macroscópico, las macroburbujas presentan altas velocidades de ascenso y una marcada deformación de la interfaz. La velocidad de la burbuja favorece una elevada frecuencia de colisión o coalescencia secuencial. La coalescencia secuencial es la unión de múltiples burbujas de forma ordenada una tras otra para formar burbujas de mayor tamaño, de manera rápida y espontánea al vencer fácilmente la fuerza de tensión superficial. Por el contrario, conforme el diámetro de la burbuja se reduce hacia el régimen micrométrico, el fenómeno de coalescencia disminuye radicalmente. Se ha validado experimentalmente que la presión dentro de las burbujas finas no ocasiona su disolución espontánea, mostrando sólo una dependencia de la presión externa, así como de la hidrofobicidad de la solución; esto permite que las burbujas finas posean una mayor estabilidad (Vehmas y Makkonen, 2021) y ha sido observado experimentalmente (Jadhav y col., 2021). La estabilidad se debe principalmente al incremento en la presión interna de Laplace, la rigidez de la interfaz y la dominancia de las fuerzas de repulsión electrostática e hidrodinámica (Craig y col., 1993). Se ha validado experimentalmente que las burbujas finas están cargadas negativamente en su superficie (Hewage y col., 2021).

La ecuación de Young-Laplace describe la diferencia de presión a través de una interfaz curva en un sistema fluido. Según este principio, la diferencia entre la presión interna de una burbuja y la presión exterior es directamente proporcional a la tensión superficial e inversamente proporcional al radio de la burbuja

Al intentar simular el comportamiento real de las microburbujas existe la asunción de burbujas de tamaño fijo y uniforme sin deformaciones. Asimismo, en la realidad, las microburbujas presentan interacciones electrostáticas fuertemente repulsivas, debido a la presencia del potencial zeta. El potencial zeta es la carga sobre una partícula en el límite imaginario en la doble capa eléctrica de una partícula en suspensión, como se muestra en la Figura 2, el cual puede ser fuertemente positivo o negativo (Microtrac Retsch GmbH, 2026).

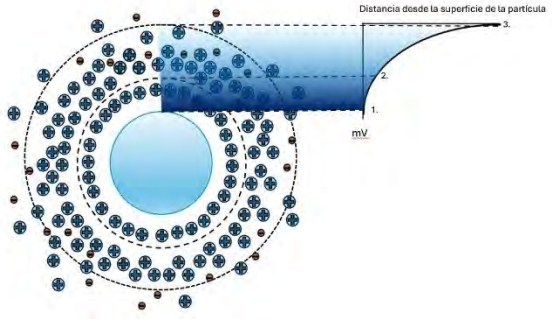


Figura 2. Representación esquemática de la doble capa eléctrica y localización del potencial zeta.

La inclusión de múltiples burbujas y el seguimiento de sus trayectorias individuales, así como el mallado utilizado en los programas de CFD, incrementa considerablemente el costo computacional (Wang y col., 2018).

Existen modelos precargados, en softwares de CFD, sobre situaciones típicas de la dinámica de fluidos. COMSOL Multiphysics ejemplifica en uno de sus modelos una burbuja de aceite que asciende por una fase acuosa hasta atravesar una interfase líquido-líquido e incorporarse a una capa de aceite (caso de estudio "*Rising Bubble*"). Aunque los modelos que rigen este caso de estudio corresponden a una macro burbuja, los métodos que emplea (*Level Set*, *Fluid Flow*) también son aplicables al régimen de microburbujas. Sin embargo, otros modelos asociados a la física de las microburbujas no están incluidos como el de *Electrostatics*.

El Software de COMSOL Multiphysics® 6.3 utiliza métodos de discretización para resolver ecuaciones diferenciales parciales. Éste emplea el método matemático de elementos finitos (FEM), el cual permite una gran libertad para discretizar el dominio de la geometría (Comsol, 2017).

La malla de elemento finito subdivide el dominio en dominios más pequeños llamados

"elementos" sobre los cuales, las ecuaciones son resueltas. A medida que estos elementos disminuyen su tamaño, la malla es refinada y la solución computacional se aproxima a una solución verdadera.

En el caso de estudio de *Rising Bubble*, se hace uso de dos métodos:

***-Fluid Flow*:** resuelve las ecuaciones de Navier-Stokes para la conservación de la cantidad de movimiento (Ec. 1) y la ecuación de continuidad para la conservación de la masa, así como a la ecuación de incompresibilidad (Ec. 2), que permiten conocer el movimiento de los fluidos, más en específico de este caso, de fluidos newtonianos. Este mismo apartado permite la selección de flujo laminar y turbulento. Para el caso de flujo turbulento, se hacen uso de otros modelos matemáticos que aproximan la velocidad media el fluido mediante relaciones empíricas.

$$\rho(u \cdot \nabla)u = \nabla \cdot [-\rho I + K] + F + \rho g \quad (1)$$

$$\rho \nabla \cdot u = 0 \quad (2)$$

-Level Set: hace uso de la ecuación de advección con términos de estabilización/reinicialización (Ec. 3) que describe el comportamiento de la interfase de dos fluidos inmiscibles haciendo uso de un campo escalar ϕ, el cual toma valores: 0, 0.5 y 1, que representan el fluido 1, la interfase y el fluido 2 respectivamente. junto con parámetros de reinicialización γ y ε que mantienen el grosor de la malla constante.

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi = \gamma \nabla \cdot \left(\varepsilon \nabla \phi - \phi(1-\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \right) \quad (3)$$

-Electrostatics: este modelo utiliza la ley de Gauss diferencial y la definición del potencial escalar.

$$\nabla * D = \rho_v \quad (4)$$

$$E = -\nabla V \quad (5)$$

3. Metodología

Como caso de estudio de referencia, se recreó la geometría de la simulación precargada *Rising Bubble* (COMSOL, s.f.) ver Figura 3. Este modelo emplea aceite para la burbuja y la fase superior y agua como fluido contenedor. En la Figura 4 se muestra el mallado seleccionado para este problema, que corresponde a la opción "normal".

Para realizar la simulación de las macros y microburbujas, se utilizó aire como el material que constituye el interior de estas (así como de la fase superior) y agua como fluido contenedor. Se agregaron los apartados del cálculo de la fuerza ejercida por la gravedad y por la tensión superficial, considerando flujo laminar.

ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato



Figura 3. Geometría del modelo de referencia Rising Bubble.

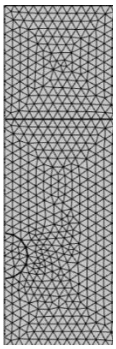


Figura 4. Geometría del modelo de referencia Rising Bubble con tamaño de malla "normal"

Usando un modelo axisimétrico, se aplicaron cambios del diámetro de burbuja de: 4 mm, 2mm, 1 mm, 0.5 mm, 0.25 mm y 0.1 mm: se emplearon de 1 a 3 burbujas. Se registró el cambio de velocidad, la caída de presión, la fracción volumen de ambos compuestos, así como el tiempo de cómputo de la simulación. En la Figura 5 se muestra un modelo con 2 burbujas de 0.1 mm de diámetro. La resolución de malla usada fue desde "gruesa" hasta "extrafina". La definición de tiempo utilizada fue de 0-0.5 segundos en intervalos de 0.01 segundos. Se construyó una geometría en 2D (sin el apartado de la revolución), para la colocación asimétrica de burbujas en el espacio confinado.

El tamaño del espacio confinado fue de 5 x 15 mm, el tamaño de las burbujas fue desde 1mm hasta 0.1 mm. Se ejecutaron simulaciones en las que se modificó el tamaño de la fase superior (0-13 mm). El número de burbujas utilizadas fue desde 3 hasta 5 (ver Figuras 6 y 7). Las mallas utilizadas fueron desde "normal" hasta "extrafina" y la definición de tiempo fue de 0-3 s en intervalos de 0.005 segundos. Se registraron la velocidad, y la fracción volumen.

ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato

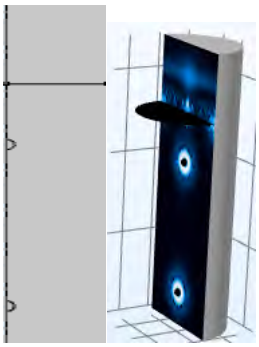


Figura 5. Geometría axisimétrica antes y después de revolucionar con 2 burbujas de aire de 0.5 mm de diámetro con fase superior.

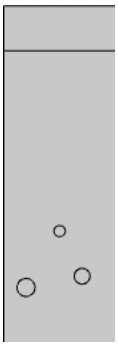


Figura 6. Geometría 2D con 3 burbujas de aire con diámetros de 0.8, 0.8 y 0.5 mm con una fase superior.

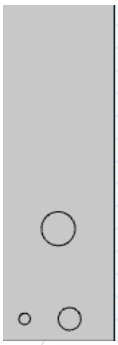


Figura 7. Geometría 2D de 3 burbujas de aire con diámetros de 1.5, 1 y 0.5 mm sin fase superior

ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato

Empleando un modelo 2D, se agregó el módulo de Electrostatics. El potencial definido fue -0.06 V en la superficie, así como una impedancia de 60 Ω para todo el dominio. En la Figura. 8. se muestra la geometría de una simulación de 5 microburbujas con carga eléctrica. El tamaño de las mallas utilizados para realizar esta simulación fue de "más fino".

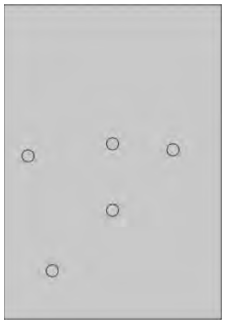


Figura 8. Geometría 2D con 5 microburbujas de aire de 0.05 mm de diámetro sin fase superior.

4. Resultados

Para la simulación de referencia (aceite y agua), la Figura 9 muestra la evolución de la fracción volumen del aceite, donde el rojo intenso indica una fracción volumen de uno, mientras que el azul una fracción volumen de cero para el aceite (sólo agua). En la Figura 9(a), en el estado inicial de la burbuja, la interfaz se encuentra totalmente horizontal. La burbuja empieza a subir en la Figura 9(b) hasta romper la interfaz y unirse al restante del aceite como que se muestra en la Figura 9(c). A pesar de ya no haber una burbuja, se observa cómo la interfaz tiene un movimiento ondulatorio desde la Figura 9(d) hasta la Figura 9(f), que es cuando vuelve a estar en reposo el sistema.

ISSN 2007-672X
Universidad de Guanajuato

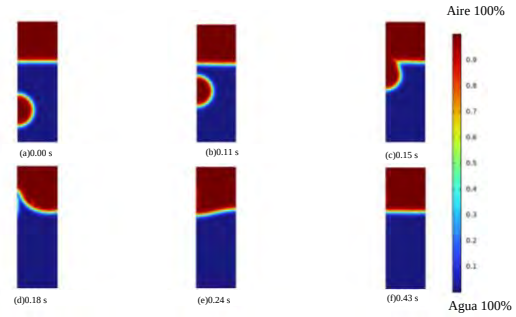


Figura 9. Fracción volumen a diferentes tiempos. Mezcla agua-aceite

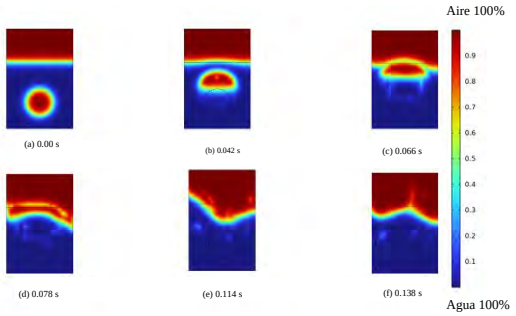


Figura 10. Fracción volumen a diferentes tiempos. Mezcla agua-aire

Para el sistema agua-aire, la Figura 10 muestra la evolución de la fracción volumen del aire. En la Figura 10(a) la burbuja se encuentra en un estado inicial y la interfaz se encuentra totalmente horizontal. La burbuja empieza a subir en la Figura 10(b) y muestra una distorsión en su forma, dejando de ser totalmente esférica, hasta llegar al borde de la interfaz. En la Figura 10(c) también se puede apreciar que hay una película sobresaliendo del agua, hasta que se rompe esa pequeña película en la Figura 10(d), y comienza a ondular la interfaz desde la Figura 10(e) hasta la Figura 10(f).

En la Figura 11, se muestra la evolución de la fracción volumen del aire. En la Figura 11(a) se muestra la burbuja en su estado inicial y la interfaz se encuentra totalmente horizontal. La burbuja comienza su ascenso en la Figura. 11(b) y muestra una distorsión en su forma dejando de ser totalmente esférica, se alarga a lo alto hasta llegar al borde de la interfaz, como se muestra en la Figura 11(d). Comienza a ondular la interfaz desde la Figura 11(e) hasta la Figura 11(f). En comparación con la Figura 10, la deformación de la burbuja es menor.

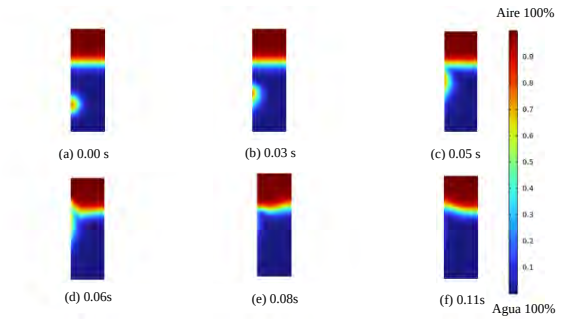


Figura 11. Fracción volumen a diferentes tiempos. Mezcla agua-aire.

En la Figura 12, se observa una única burbuja con un diámetro de 0.05 mm. En la Figura 12(a) la burbuja está en reposo. De la Figura 12(b) a 12(e) se muestra el ascenso de la burbuja. La Figura 12(d) muestra cómo estalla la burbuja al entrar en contacto con el aire, mientras que en las Figuras 12(e) y 12(f) es casi imperceptible la ondulación que genera el estallido previo en comparación con la Figura 11.

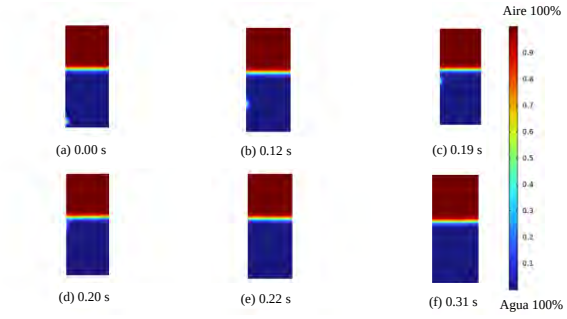


Figura 12. Fracción volumen de diferentes tiempos, mezcla agua-aire, microburbuja (0.05mm).

En la Figura 13 se muestra la fracción volumen del aire, que contiene 5 burbujas con diámetros de 0.05 mm. En la Figura 13(b) las tres burbujas superiores muestran atracción a medida que ascienden, mientras que las dos inferiores muestran un menor desplazamiento. En las Figuras 13(c) y 13(d) se aprecia el proceso de unión entre dos burbujas. Las Figuras 13(e) y 13(f) muestran

una segunda unión entre una burbuja de menor tamaño y la resultante de la primera unión. En las dos Figuras 13(g) y 13(h) se observan dos uniones consecuentes, la primera unión se logró al tiempo 0.051 s, la segunda unión en 0.162 s y la tercera en 0.234 s.

En la Figura 14 se aprecia cómo a pesar de que el tiempo transcurre las 5 burbujas se mantienen, por lo tanto, no hay coalescencia.

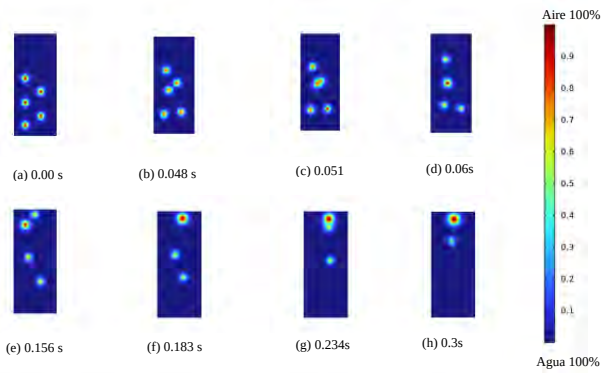


Figura 13. Fracción volumen a diferentes tiempos, mezcla agua-aire 5 burbujas, coalescencia observada.

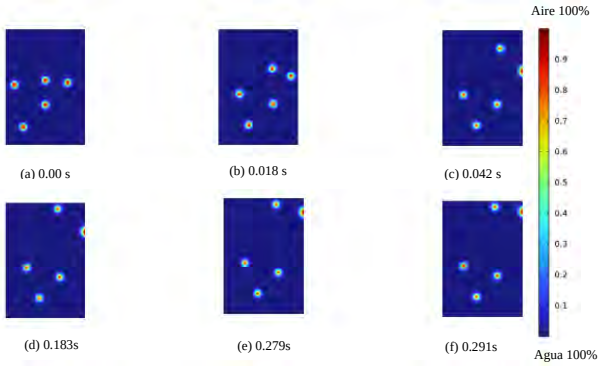


Figura 14. Fracción volumen de diferentes tiempos, mezcla agua-aire 5 burbujas, sin coalescencia observada.

5. Conclusiones

Se simuló un sistema de microburbujas que reproduce los resultados observados por los trabajos experimentales. Las simulaciones con burbujas tienen una alta sensibilidad a diversos parámetros como el tamaño de malla, número de burbujas, tamaño de burbujas, tensión superficial, parámetros de reiniciación.

También fue posible simular los efectos presentes en las burbujas finas como consecuencia de la adición de módulos en la

simulación. Sin embargo, es necesario revisar y modificar los parámetros conforme la geometría del dominio y el diámetro de las burbujas. Debido al resultado congruente con las observaciones experimentales y el tiempo de cómputo son altamente dependientes de la resolución de la malla, la selección de los módulos y su configuración.

Una geometría axisimétrica se limita únicamente a añadir burbujas en el mismo eje, sin la posibilidad de añadir burbujas en paralelo. Esto limitó drásticamente la distribución de burbujas. La geometría 2D simétrica es de gran utilidad, disminuyendo el tiempo de cómputo al simplificar la geometría y permitiendo que todos los elementos presentes en el dominio se puedan observar con mayor claridad en comparación con las geometrías axisimétricas.

El trabajo realizado permitió mostrar que la simulación de burbujas microscópicas para sistemas confinados es factible; sin embargo, aún existe un rango de variables que necesitan ser optimizadas para obtener resultados más cercanos a los modelos experimentales.

Agradecimientos

Los autores agradecen a la DCNE por el apoyo económico para la realización de las capacitaciones necesarias, así como la organización del Verano de Investigación en cual se desarrolló este trabajo de investigación.

Referencias bibliográficas

Basso, A., Hamad, F. A., y Ganesan, P. (2019, April). Initial Results from the Experimental and Computational Study of Microbubble Generation. *Proceedings of the 4th World Congress on Momentum, Heat and Mass Transfer*.

Comsol. (2017). *Detailed Explanation of the Finite Element Method (FEM)*. https://www.comsol.com/multiphysics/finite-element-method?parent=physics-pdes-numerical-042-62

Craig, V. S. J., Ninham, B. W., y Pashley, R. M. (1993). Effect of electrolytes on bubble coalescence. *Nature*, 364(6435), 317–319. https://doi.org/10.1038/364317A0

Han, G., Wu, H., Huang, Y., Su, S., y Liu, B. (2022). A CFD Simulation Investigation of Microbubble Generation and Movement During the Mineral Flotation *Process. Minerals, Metals and Materials Series*, 905–916.

Khan, A. H., Ganguli, A., Edirisinghe, M., y Dalvi, S. V. (2025). Controlling microbubble

formation in microfluidic devices: Advancements in experimental, theoretical, and numerical strategies. In Applied Physics Reviews (Vol. 12, Number 2). American Institute of Physics. https://doi.org/10.1063/5.0250980

Lee, K. H., Kim, H., KuK, J. W., Chung, J. D., Park, S., y Kwon, E. E. (2020). Micro-bubble flow simulation of dissolved air flotation process for water treatment using computational fluid dynamics technique. *Environmental Pollution*, 256.

Park, H., Yang, S., Yoo, Y., Jung, J., Moon, I., Cho, H., y Kim, J. (2024). Development and Optimization of A Low-Pressure Microbubble Scrubber for Air Pollutants Removal Using CFD. *Journal of Environmental Informatics*, 43(1), 31–40.

MICROTRAC (2026). *Potencial Zeta: qué es y para qué sirve*. Visitada 4 agosto, 2026, https://www.microtrac.com/es/productos/potencial-zeta/

Sajjadi, B., Raman, A. A. A., y Ibrahim, S. (2015). Influence of ultrasound power on acoustic streaming and micro-bubbles formations in a low frequency sono-reactor: Mathematical and 3D computational simulation. *Ultrasonics Sonochemistry*, 24, 193–203.

Wang, G., Ge, L., Mitra, S., Evans, G. M., Joshi, J. B., y Chen, S. (2018). A review of CFD modelling studies on the flotation process. *Minerals Engineering* (Vol. 127, pp. 153–177).